ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИИ»
2023-2024 УЧ. ГОД
Краткие решения к заданиям очного тура
11 класс

Вариант 1

Задание №1

Обозначим фокусное расстояние $\boldsymbol{F}$, расстояние от глаза до линзы $\boldsymbol{x}$. Расстояние от линзы до 1-го изображения равно $\boldsymbol{f = -xF/(F\text{-}x)}$. Увеличение при этом равно $\boldsymbol{\gamma = F/(F\text{-}x)}$. Пусть начало координат находится на пересечении главной оптической оси и отражающей поверхности зеркала. Координата глаза (всё в см) будет $\boldsymbol{X} = -45$, координата линзы $\boldsymbol{L} = -12$. $\boldsymbol{x} = 33$. Изображение будет иметь координату: $\boldsymbol{X_1 = 33F/(33–F)–12 = –9(44–5F)/(33–F)}$.

Увеличение равно $\boldsymbol{\gamma_1 = F/(F\text{-}33)}$. После отражения в зеркале новое изображение будет иметь координату $\boldsymbol{X}_2 = –\boldsymbol{X}_1 = \boldsymbol{9(44–5F)/(33–F)}$. Расстояние отражения до линзы равно $\boldsymbol{x_2 = 9(44–5F)/(33–F)} + 12 = \boldsymbol{3(264\text{-}19F)/(33\text{-}F)}$. Полное увеличение равно $\boldsymbol{\gamma = \gamma_1\gamma_2 = F/(F\text{-}33)\ F/(F\text{-}x_2)}$ =после приведения всех подобных членов $= \boldsymbol{F}^2/(\boldsymbol{F}^2–90\boldsymbol{F}+792)$. Приравниваем это значение 6 (по условию) и получаем: $5\boldsymbol{F}^2–540\boldsymbol{F}+4752 = 0$. Это уравнение имеет 2 корня $\boldsymbol{F}_1 = \mathbf{98{,}335}$ и $\boldsymbol{F}_2 = 9{,}665$ $(=54\pm327{,}6^{1/2})$. Второй корень не годится, т.к. в этом случае изображение будет находиться сзади от глаза и глаз его видеть не будет.

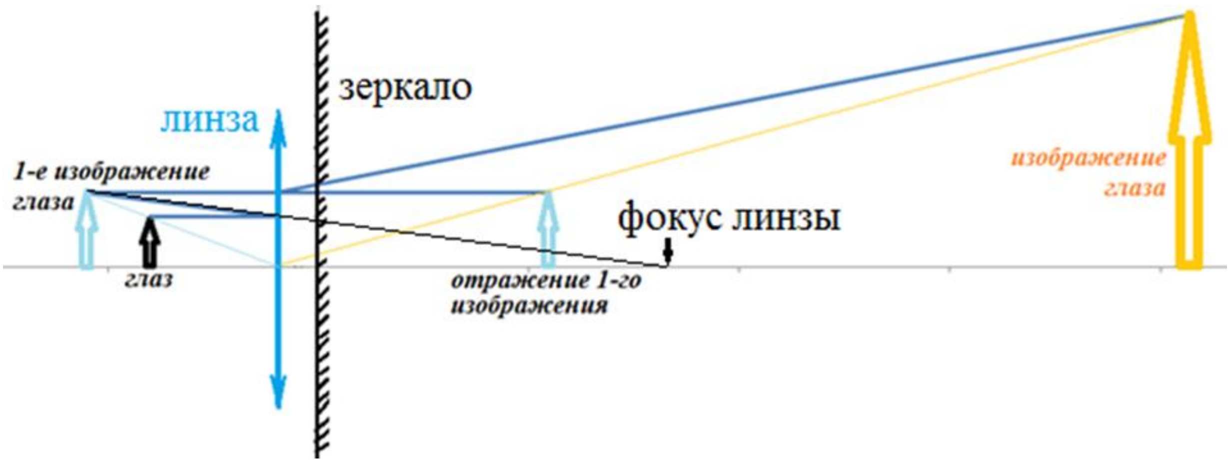


Рис. 1а. Ход лучей для линзы с большим фокусным расстоянием

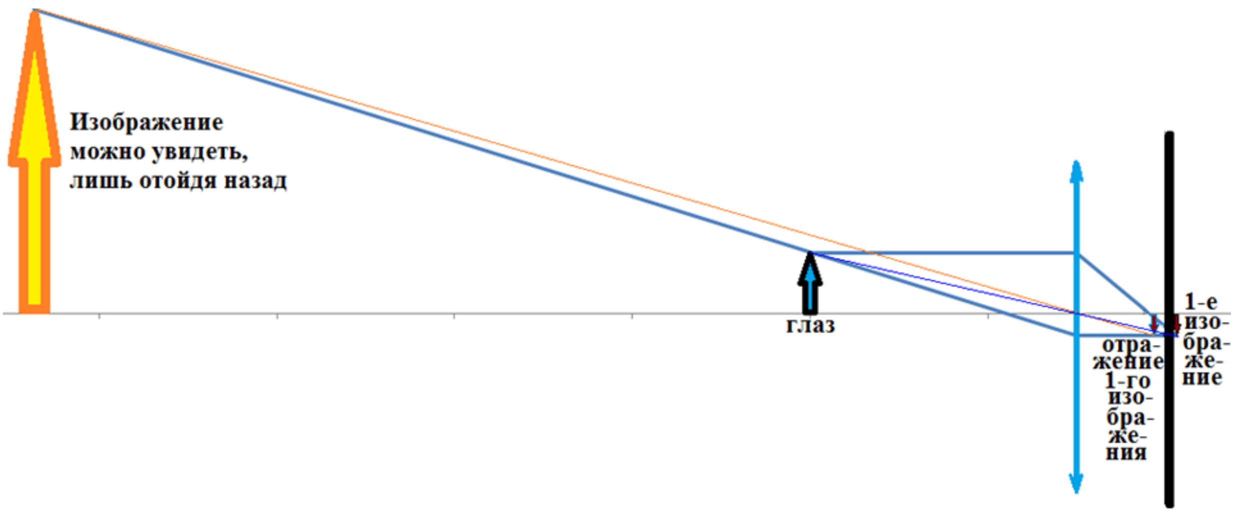
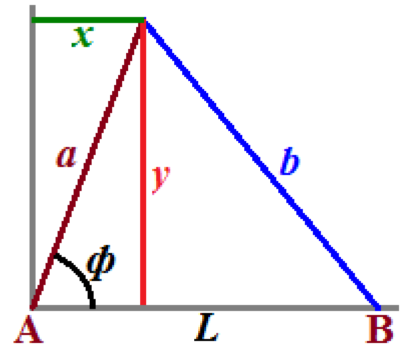


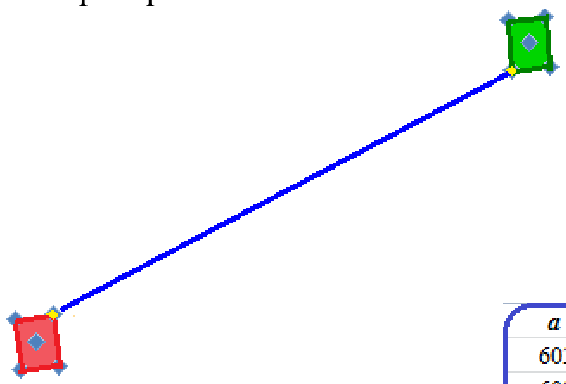
Рис. 1 б. Ход лучей для линзы с меньшим фокусным расстоянием

Ответ: 983

Задание №2

Чтобы найти координаты вершины треугольника на рисунке, сначала по теореме косинусов находим угол $\boldsymbol{\phi}$. Тогда $\boldsymbol{x = (a^2+L^2-b^2)/2L}$.Вторую координату найдём по теореме Пифагора.





a	b	x	y	L= 1000
603,15	792,74	367,6766075	478,1253338	
603,15	792,745	367,6726437	478,1283819	9,662231682
603,15	792,735	367,6805711	478,1222857	9,659448296
603,155	792,74	367,6796232	478,1293221	9,656047761
603,145	792,74	367,6735917	478,1213455	9,665629992
612,44	790,03	375,4676764	483,8458201	
612,44	790,035	375,4637262	483,8488854	9,664277581
612,44	790,025	375,4716265	483,8427547	9,667017312
612,445	790,03	375,4707386	483,8497727	9,670453969
612,435	790,03	375,4646142	483,8418675	9,660838775

Ответ сильно зависит от точности расчёта

Расчёт приведён в таблице, причём x и y рассчитываются по формулам:

$x = (a^2 + L^2 - b^2)/2L$;

$y = (a^2 - x^2)^{½}$.

Затем выбирается наименьшее расстояние среди всех пар точек, из которых одна относится к начальному положению, а вторая – к конечному. В реальности мы считаем сначала расстояния от центральной точки начального положения до 4-х крайних точек конечного положения. Выбираем кратчайшую точку конечного положения. Затем смотрим расстояния от 4-х крайних точек начального положения до выбранной точки конечного. Наконец, выбираем пару точек, как на рисунке.

Рекомендация при отклонении от ответа на величину, меньшую 7 единиц младшего разряда, результат засчитывать как правильный.

Ответ: 9656

Задание №3

Дано:

ε_o	$8{,}85\cdot10^{-12}$	ε	2,5
S	0,03	***d***	0,0008
d_o	0,001	***U***	4000

Решение:

$C_o = \varepsilon_o S/d_o = 2{,}655\cdot10^{-10}$ – ёмкость пустого конденсатора. Ёмкость наполненного конденсатора можно вычислить, используя формулу для последовательно соединённых конденсаторов

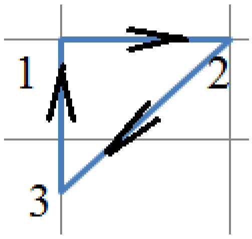
$$1/C = (d_o - d)/(\varepsilon_o S) + d/(\varepsilon_o\varepsilon S) \quad \Rightarrow C = 5{,}105769\ldots\cdot10^{-10}$$

С учётом работы ЭДС по переносу заряда, энергия конденсатора равна — $CU^2/2$. С учётом этого минуса работа по вытаскиванию прослойки будет положительной и равной

$$\Delta C\cdot U^2/2 = 1{,}960615\cdot10^{-3}.$$

Ответ: 1,96

Задание №4



Давление в точке «3» $p_3 = 10^{5\cdot 30/40} = 75000$ Па

Полезная работа за цикл

$$A_п = ½\,(40\text{-}30)\cdot0{,}001\cdot(100000\text{-}75000) = 125 \text{ Дж}$$

Тепло на 3 => 1 => 2 состоит из работы

$A = 10^5\cdot(40\text{-}30)\cdot0{,}001 = 1000$ Дж

и изменения внутренней энергии

$\Delta U = i/2\,(40\cdot100000 - 30\cdot75000)\cdot0{,}001 = 18\cdot(4000\text{-}2250) = 31500$ Дж

Всего Q = 31500+1000 = 32500 Дж

КПД = 125/32500 · 100% = 0,3846…% ≈ 0,4 %

Ответ: 0,4

Задание №5

Решение: $\mathcal{E}\cdot I = N + R\cdot I^2$. ($N$ – механическая мощность)

При подъёме $N = F\cdot v = 2000$. => $R = (76000 – 2000)/100 = 740$

При движении груза вниз подставляем в уравнение значение R = 740 и меняем знак N. Тогда получаем квадратное уравнение относительно

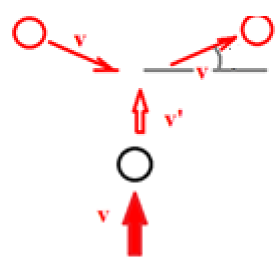
$$I\text{: } 740\, I^2 – 7600\, I – 2000 = 0\ .\ I_1 = 10{,}527\dots$$

второй корень отрицательный.

Ответ:10,5

Задание №6

Решение: угол между скоростью первого тела и горизонтальной прямой на рисунке равен $^{\pi}/_{12}$. Поэтому закон сохранения импульса выглядит следующим образом:



$2mv \sin(^{\pi}/_{12}) = {}^{2}/_{3}\, m(v-v')$. Делим на mv и преобразуя, получаем: $v'/v = 1 - 3 \sin(^{\pi}/_{12})$. Отсюда $v/v' = 4{,}4734\dots \approx$ **4,5**.

Ответ: 4,5

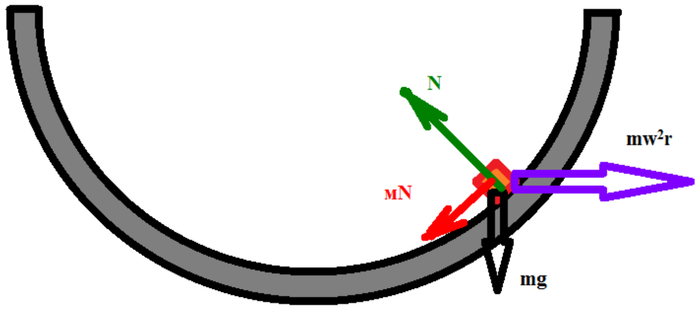
Задание №7

Решение: Найти период малых гармонических колебаний можно, исходя из того, что амплитуда скорости $v_{max} = \omega A$, где $\omega = 2\pi/T$, а A – амплитуда колебаний. Максимальное значение кинетической энергии равно: $E_{кин} = ½mv_{max}^2 = ½S(\rho_д L + \rho_{Cu}\ell)v_{max}^2$. Потенциальная энергия определяется силами, действующими на планку. В положении равновесия сила Архимеда равна по модулю силе тяжести. Сила тяжести не изменяется. Сила Архимеда при погружении на x относительно равновесия изменяется на $S\rho_w xg$, причём изменение противоположно направлению сдвига. Такое поведение аналогично закону Гука с коэффициентом жёсткости $k = S\rho_w g$. Поэтому потенциальная энергия равна $U = ½S\rho_w x^2 g$. Максимум потенциальной энергии $U = ½S\rho_w A^2 g$. Приравниваем максимальные значения потенциальной и кинетической энергии, получаем.

$T = 2\pi[(\rho_д L + \rho_{Cu}\ell)/\rho_w g]^{½}$ = 2,887532129

Ответ: 2,9

Задание №8



$N = m(g\cdot\cos\phi+\omega^2 R\cdot\sin\phi)$

$\mu N = m(\omega^2 R\cdot\cos\phi - g*\sin\phi)$

Делим 2-е уравнение на 1-е, сокращаем на $mg\cos\phi$, и вводим параметр $\xi = \omega^2 R/g$

Тогда $\mu(\xi\,\mathrm{tg}\,\phi + 1) = \xi - \mathrm{tg}\,\phi$ (1)

В пределе больших угловых скоростей ($\xi \to \infty$) получим $\mu = \mathrm{ctg}\,\phi_o$. – котангенс угла, выше которого не поднимается предмет. Подставляя это выражение в (1), получим

$\xi = \mathrm{ctg}(\phi_o-\phi)$. Отсюда $t = \beta^{-1}\cdot[\xi g/R]^{½}$

Чтобы получить значение в минутах, надо ещё поделить на 60. Получаем 77,18 ≈ 77 [мин].

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИИ»
2023-2024 УЧ. ГОД
Краткие решения к заданиям очного тура
11 класс

Вариант 2

Задание №1

Обозначим фокусное расстояние $\boldsymbol{F}$, расстояние от глаза до линзы $\boldsymbol{x}$.

Расстояние до изображения в линзе равно $f = -xF/(F-x)$, Увеличение = $F/(F-x)$.

Пусть начало координат находится на пересечении оптической оси и отражающей поверхности зеркала. Координата глаза (всё в см) будет $X = -40$, координата линзы $L = -10$. Изображение будет иметь координату $30F/(30-F) - 10 =$ $= -20*(2F-15)/(F-30)$. Увеличение $F/(F-30)$. Отражение этого изображения в зеркале будет иметь координату $20*(2F-15)/(F-30)$. Расстояние отражения до линзы равно $x = 50(F-12)/(F-30)$.

Полное увеличение $= F/(F-30) * F/(F-x) = F^2 / (F^2-80F+600)$ приравниваем **5**. Получаем квадратное уравнение $F^2 - 100F+750 = 0$. Его решение $50 \pm \sqrt{70}$. Больший корень F = 91,833 [см]. Меньший корень F = 8.167 [см].. Для обоих случаев на рисунке было построено изображение. Во втором случае глаз не сможет увидеть изображение, поэтому годится только больший корень. Ответ нужно дать в мм. Поэтому ответ **918**.

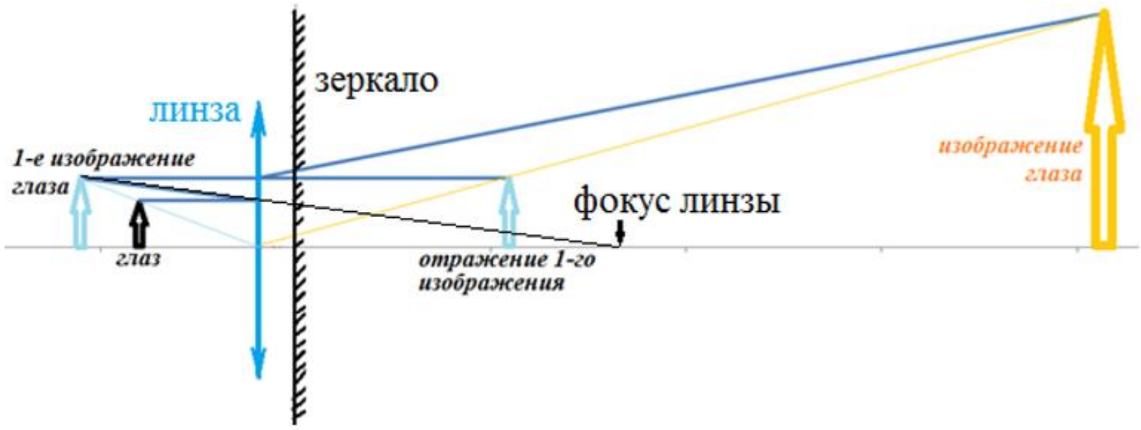


Рис. 1а. Ход лучей для линзы с большим фокусным расстоянием

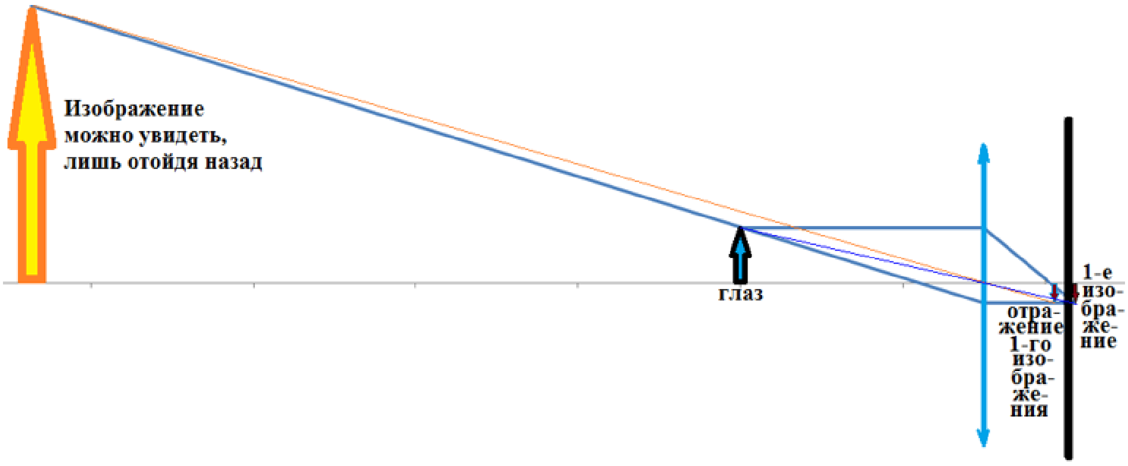
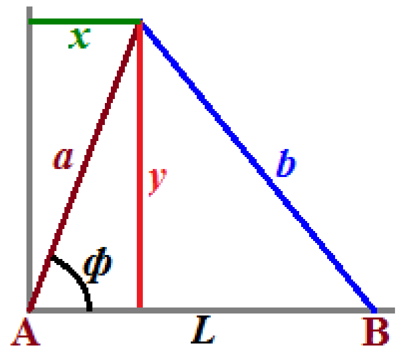


Рис. 1 б. Ход лучей для линзы с меньшим фокусным расстоянием

Ответ: 918

Задание №2



Чтобы найти координаты вершины треугольника на рисунке, сначала по теореме косинусов находим угол $\boldsymbol{\phi}$. Тогда

$$x = (a^2+L^2-b^2)/2L.$$

Вторую координату найдём по теореме Пифагора.

a	*b*	*x*	*y*	*L*=	1100
613,15	792,74	435,2346431	431,8839288		
613,15	792,745	435,2310398	431,8875601	3,015483905	
613,15	792,735	435,2382465	431,8802974	3,005546839	-наименьшее расстояние
613,155	792,74	435,2374302	431,8882186	3,012760283	
613,145	792,74	435,2318561	431,8796389	3,008276979	
612,44	790,03	436,7887967	429,2997795		
612,44	790,035	436,7852056	429,3034332	3,010515136	
612,44	790,025	436,7923877	429,2961258	3,020478812	
612,445	790,03	436,7915805	429,3040801	3,013249555	
612,435	790,03	436,7860129	429,2954789	3,017750956	

Ответ сильно зависит от точности расчёта

Расчёт приведён в таблице, причём x и y рассчитываются по формулам

$x = (a^2 + L^2 – b^2)/2L$;

$y = (a^2 - x^2)^{½}$.

Затем выбирается наименьшее расстояние среди всех пар точек, из которых одна относится к начальному положению, а вторая – к конечному. В реальности мы считаем сначала расстояния от центральной точки начального положения до 4-х крайних точек конечного положения. Выбираем кратчайшую точку конечного положения. Затем смотрим расстояния от 4-х крайних точек начального положения до выбранной точки конечного. Наконец, выбираем пару точек, как на рисунке.

Рекомендация при отклонении от ответа на величину, меньшую 7 единиц младшего разряда, результат засчитывать как правильный.

Ответ: 3006

Задание №3

Дано:

ε_o	$8{,}85\cdot10^{-12}$	**ε**	3,5
S	0,03	***d***	0,0009
d_o	0,001	***U***	3000

Решение:

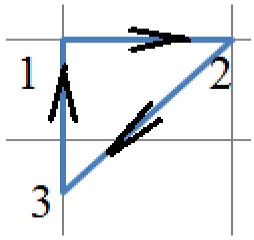
Пусть $C_o = \varepsilon_o S/d_o = 2{,}655\cdot10^{-10}$ – ёмкость пустого конденсатора. Ёмкость наполненного конденсатора можно вычислить, используя формулу для последовательно соединённых конденсаторов

$$1/C = (d_o - d)/(\varepsilon_o S) + d/(\varepsilon_o \varepsilon S) \quad => C = 7{,}434\cdot10^{-10}$$

С учётом работы ЭДС по переносу заряда, энергия конденсатора равна — $CU^2/2$. С учётом этого минуса работа по вытаскиванию прослойки будет положительной и равной $\Delta C\cdot U^2/2 = 2{,}15055\cdot10^{-3}$.

Ответ: 2,15

Задание №4



Давление в точке «3» $p_3 = 1{,}25 \cdot 10^5 \cdot {}^{25}/_{40} = 78125$ Па

Полезная работа за цикл

$$A_п = ½\,(40\text{-}25) \cdot 0{,}001 \cdot (125000 - 78125) = 351{,}5625 \text{ Дж}$$

Тепло на 3 => 1 => 2 состоит из работы

$A = 125000 \cdot (40\text{-}25) \cdot 0{,}001 = 1875$ Дж

и изменения внутренней энергии

$\Delta U = i/2\,(40 \cdot 125000 - 25 \cdot 78125) \cdot 0{,}001 = 18 \cdot (5000 - 1953{,}3125) = 54843{,}75$ Дж

Всего $Q = 54843{,}75 + 1875 = 56718{,}75$ Дж

КПД $= 351{,}5625 / 56718{,}75 \cdot 100\% = 0{,}6198\ldots\% \approx 0{,}6\ \%$

Ответ: 0,6

Задание №5

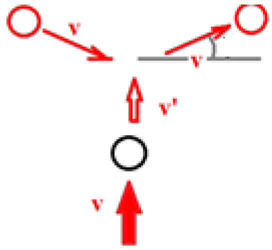
$\mathcal{E} \cdot I = N + R \cdot I^2$. ($N$ – механическая мощность)

При подъёме $N = F \cdot v = 3000$. => $R = (7600 \cdot 12 - 3000)/12^2 = 612{,}5$

При движении груза вниз подставляем в уравнение значение R = 612,5 и меняем знак N. Тогда получаем квадратное уравнение относительно I: $612{,}5\, I^2 - 7600\, I - 3000 = 0$. $I_1 = 12{,}791\ldots$ второй корень отрицательный.

Ответ: 13

Задание №6



Угол между скоростью первого тела и горизонтальной прямой на рисунке равен ${}^{\pi}/_{8}$. Поэтому закон сохранения импульса выглядит следующим образом:

$$2mv \sin({}^{\pi}/_{8}) = 0{,}8\, m(v - v').$$

Делим на mv и преобразуя, получаем: $v/v' = 23{,}1\ldots \approx 23$.

Ответ: 23

Задание №7

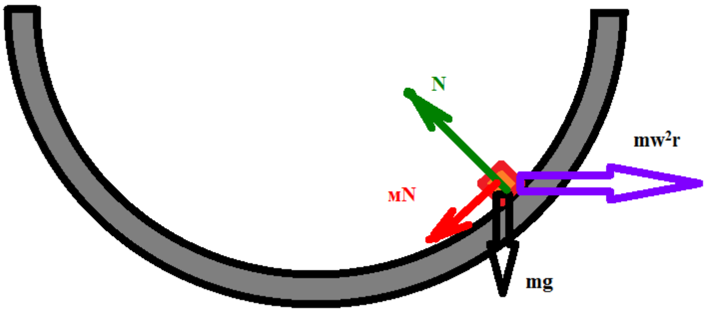
Найти период малых гармонических колебаний можно, исходя из того, что амплитуда скорости $v_{max} = \omega A$, где $\omega = 2\pi/T$, а

A – амплитуда колебаний. Максимальное значение кинетической энергии равно: $E_{кин} = ½mv_{max}^2 = ½S(\rho_д L + \rho_{Cu}\ell)v_{max}^2$. Потенциальная энергия определяется силами, действующими на планку. В положении равновесия сила Архимеда равна по модулю силе тяжести. Сила тяжести не изменяется. Сила Архимеда при погружении на x относительно равновесия изменяется на $S\rho_w xg$, причём изменение противоположно направлению сдвига. Такое поведение аналогично закону Гука с коэффициентом жёсткости $k = S\rho_w g$. Поэтому потенциальная энергия равна $U = ½S\rho_w x^2 g$. Максимум потенциальной энергии $U = ½S\rho_w A^2 g$. Приравниваем максимальные значения потенциальной и кинетической энергии, получаем.

$T = 2\pi[(\rho_д L + \rho_{Pb}\ell)/\rho_w g]^{½} = 2{,}78523 \approx 2{,}8$

Ответ:2,8

Задание №8



$N = m(g\cdot\cos\phi + \omega^2 R\cdot\sin\phi)$

$\mu N = m(\omega^2 R\cdot\cos\phi - g*\sin\phi)$

Делим 2-е уравнение на 1-е,

сокращаем на mg cos ф, и

вводим параметр $\xi = \omega^2 R/g$

Тогда $\mu(\xi \operatorname{tg}\phi + 1) = \xi - \operatorname{tg}\phi$ (1)

В пределе больших угловых скоростей ($\xi \to \infty$) получим $\mu = \operatorname{ctg}\phi_o$. – котангенс угла, выше которого не поднимается предмет. Подставляя это выражение в (1), получим $\xi = \operatorname{ctg}(\phi_o - \phi)$. Отсюда $t = \beta^{-1}\cdot[\xi g/R]^{½}$

Чтобы получить значение в минутах, надо ещё поделить на 60. Получаем 69,36 ≈ 69 [мин].

Ответ: 69